Experimental Physik II
FSU Jena - SS 2007
Serie 12 - Lösungen

Stilianos Louca

12. Juli 2007

Aufgabe 34

Im Kontext einer stehenden Welle nehmen wir einen Einfallswinkel $\alpha = 0°$ vom Medium mit dem Brechungsindex n_1 ins Medium mit dem Brechungsindex n_2 und einen Reflexionsgrad $R = 1$ an. Sei o.B.d.A der Koordinatenursprung O an der Grenzschicht gedacht, und $\vec{e}_z$ gegen die Einfallsrichtung $\vec{k}_e$ gerichtet. Die einfallende Welle sei also gegeben durch

$$\vec{E}_e = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t + kz)},\ \vec{B}_e = \vec{B}_0 \cdot e^{i(\omega t + kz)},\ \vec{B}_e = \frac{1}{\omega} \cdot \vec{k}_e \times \vec{E}_e$$

Sei ferner $\vec{E}_0 \parallel \vec{e}_y$ bzw. $\vec{B} \parallel -\vec{e}_x$. Wir gehen weiter von einem Phasensprung $\Delta\varphi = -\pi$ im Fall $n_1 < n_2$ und $\Delta\varphi = 0$ im Fall $n_1 > n_2$ aus.

Optisch dünnere ins optisch dichtere: $n_1 < n_2$

Die reflektierte Welle ist beschrieben durch

$$\vec{E}_r = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - kz - \pi)}\ ,\ \vec{B}_r = \vec{B}_0 \cdot e^{i(\omega t - kz - \pi)}$$

und ihre Überlagerung mit der Einfallenden Welle eben

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_r = \vec{E}_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \left(e^{-i(kz+\pi)} + e^{ikz}\right) = \vec{E}_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \left(-e^{-ikz} + e^{ikz}\right) = 2\vec{E}_0 \cdot i \sin kz \cdot e^{i\omega t} = 2\vec{E}_0 \cdot \sin kz \cdot e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

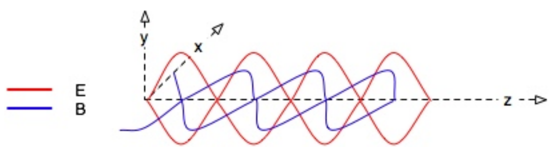
Interesieren wir uns für die Realteile so ergibt sich ferner

$$\Re\left\{\vec{E}\right\} = 2\vec{E}_0 \cdot \sin kz \cdot \cos(\omega t + \pi/2) = -2\vec{E}_0 \cdot \sin kz \cdot \sin \omega t$$

Da $\operatorname{rot} \vec{E} = -\partial_z E_y \cdot \vec{e}_x = -\dot{\vec{B}} = -\dot{B}_x \vec{e}_x$ folgt

$$-2E_0 k \sin \omega t \cos kz = 2\omega B_0 \cos(\omega t + \vartheta) \sin(kz + \varphi) \ \rightarrow\ \varphi = \frac{\pi}{2} \ \wedge\ \vartheta = \frac{\pi}{2} \ \rightarrow\ \vec{B} = 2\vec{B}_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(kz + \frac{\pi}{2}\right)$$

das $\vec{B}$-Feld also um $-\lambda/4$ verschoben ist.



Optisch dichtere ins optisch dünnere: $n_1 > n_2$

Die reflektierte Welle ist beschrieben durch

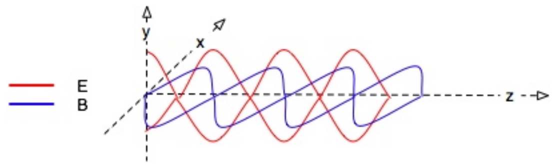
$$\vec{E}_r = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - kz)}\ ,\ \vec{B}_r = \vec{B}_0 \cdot e^{i(\omega t - kz)}$$

Die Überlagerung der beiden Wellen ergibt dementsprechend

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_r = \vec{E}_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \left(e^{-ikz} + e^{ikz}\right) = 2\vec{E}_0 \cdot \cos kz \cdot e^{i\omega t}, \quad \Re\left\{\vec{E}\right\} = 2\vec{E}_0 \cdot \cos kz \cdot \cos \omega t$$

$$\partial_z E_y = \dot{B}_x \ \rightarrow \ -2E_0 k \sin kz \cos \omega t = -2\omega B_0 \sin(\omega t + \vartheta) \cos(kz + \varphi) \ \rightarrow \ \varphi = \frac{\pi}{2} \ \wedge \ \vartheta = -\frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow \ \vec{B} = 2\vec{B}_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(kz + \frac{\pi}{2}\right)$$



Aufgabe 35

Sei a der jeweilige Gegenstand-Objektiv Abstand und b der entsprechende Abstand zwischen Objektiv und Abbildungsschirm. Ist $f = 28$ mm die Objektiv-Brennweite so gilt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \ \rightarrow \ b = \frac{af}{a - f}$$

bzw.

$$\lim_{a \to \infty} b = f \qquad \qquad \lim_{a \to f^+} b = \infty$$

Beim kleinsten $a = 50$ cm $> f$ ist also der Abstand b maximal. Beim Übergang von Nah- zur Ferneinstellung wird also das Objektiv immer näher an den Schirm versetzt[1], bis der Schirm im Grenzfall $a \to \infty$ genau im Brennpunkt des Objektivs liegt.

Aufgabe 36

Da der Brechungsindex von Vakuum $n_0 = 1$ ist und das Gas als durchsichtig angesehen werden kann, also $n \in \mathbb{R}$, so können wir die optische Weglänge s durch die zum Anteil $t \in [0, 1]$ an Gas gefülte Küvette als eine stetige, monoton wachsende Funktion des Gas-Anteils $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \ s = f(t)$ schreiben, wobei $f(0) = 2l, \ f(1) = 2nl$. Ein Beispiel wäre ein linearer Anstieg von $2l$ zu $2nl$:

$$s = f(t) = 2\left[t \cdot (n - 1) + 1\right] \cdot l \tag{1}$$

Annahme: Am Anfang des Versuchs also für $t = 0$ und am Ende also für $t = 1$ waren Interferenz-Maxima zu beobachten, die optische Weg-Differenz L_0 war für $t = 0$ also gegeben durch

$$L_0 = k \cdot \lambda, \ k \in \mathbb{Z}$$

Im Laufe der Gas-Füllung sind Interferenzmaxima zu beobachten wenn die optische Weg-Differenz $L = m\lambda, \ m \in \mathbb{Z}$ beträgt, also

$$L(t) = L_0 + (s - 2l) = k\lambda + (f(t) - 2l) = m\lambda \ \rightarrow \ f(t) - 2l = \lambda \cdot (m - k) \cong j\lambda, \ j \in \mathbb{Z}$$

Für $t = 0$ wäre also $j_0 = 0$ und für $t = 1$ wäre $j_1 = \dfrac{2l(n-1)}{\lambda}$, es wären also abgesehen vom ursprünglichen Maximum genau $j_1 = N$ Maximum-Durchläufe zu beobachten. Daraus ergibt sich

$$n = 1 + \frac{\lambda N}{2l}$$

Im Endeffekt wurde der durch das Gas laufende Bündel genau um den Ausdruck $\delta L = f(1) - f(0)$ *verschoben.*[2].

[1] Bzw. das Objektiv näher zum Schirm verschoben

[2] Es ist natürlich auch hier der optische Weg gemeint

Spezialfall HeNe Laser

Sind $\lambda = 632.8$ nm die Wellenlänge vom LASER und $l = 0.1$ m so ist die Anzahl der beobachteten Interferenzstreifen N für $n = 1.00045$ gegeben durch

$$N = \frac{2l(n-1)}{\lambda} \approx 142$$