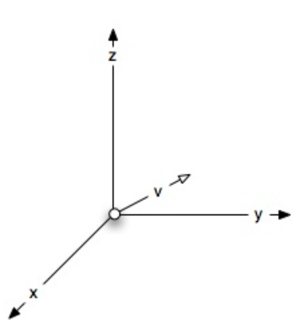
Experimental Physik II
FSU Jena - SS 2007
Serie 09 - Lösungen

Stilianos Louca

23. Juni 2007

Aufgabe 25

Wir behandeln den allgemeinen Fall wo das E-Feld $\vec{E} \neq 0$ ist und das B-Feld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ nicht unbedingt parallel zur Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\vec{r}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{y})_0$ des Elektrons e der Masse m ist. Sei o.B.d.A das Koordinatensystem so gewält dass $\dot{x}(0) = 0,\ \dot{y}(0) = \tau,\ \dot{z}(0) = \eta$ und $x(0) = y(0) = z(0)$.



Dann gilt in jedem Zeitpunkt t

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{e}{m} \cdot \left(\dot{\vec{r}} \times \vec{B}\right) = \frac{eB}{m} \cdot (\dot{x} \cdot \vec{e}_x + \dot{y} \cdot \vec{e}_y + \dot{z} \cdot \vec{e}_z) \times \vec{e}_z = \omega \cdot (\dot{y} \cdot \vec{e}_x - \dot{x} \cdot \vec{e}_y),\ \omega := \frac{eB}{m}$$

$$\Rightarrow\ \ddot{x} = \omega \dot{y},\ \ddot{y} = -\omega \dot{x}\ \Rightarrow\ \dddot{x} = \omega \ddot{y} = -\omega^2 \dot{x}\ \Rightarrow\ \dot{x} = V_x^o \cdot \cos(\omega t + \alpha_x)\ \Rightarrow\ x(t) = \frac{V_x^o}{\omega} \cdot \sin(\omega t + \alpha_x) + x_0,\ x_0, V_x^0, \alpha_x : const$$

Durch die Anfangsbedingungen ergibt sich

$$x(0) = 0\ \rightsquigarrow\ x_0 = \frac{\tau}{\omega},\ \dot{x}(0) = 0\ \rightsquigarrow\ \alpha_x = \pm\frac{\pi}{2}$$

$$\ddot{x}(0) = eB\dot{y}(0) = eB\tau\ \wedge\ V_x^0 > 0\ \rightsquigarrow\ V_x^0 = \tau\ \wedge\ \alpha_x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow\ x(t) = \frac{\tau}{\omega} \cdot \left(1 + \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

und für y

$$\ddot{y} = -\omega \dot{x} = -\omega\tau \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\ \Rightarrow\ \dot{y} = -\tau \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + C,\ C : const$$

$$\dot{y}(0) = \tau\ \rightsquigarrow\ C = 0\ \Rightarrow\ y = \frac{\tau}{\omega} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + G,\ G : const,\ y(0) = 0\ \rightsquigarrow\ G = 0$$

$$\Rightarrow\ y(t) = \frac{\tau}{\omega} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\tau}{\omega} \cdot \sin(\omega t)$$

Für die z Richtung gilt

$$\ddot{z} = \frac{eE}{m} \;\Rightarrow\; z(t) = \frac{eE}{m} \cdot t^2 + \eta \cdot t$$

Das Elektron führt also eine zur XY-Ebene parallele Kreisbahn (Kreisfrequenz ω, Radius $\frac{\tau}{\omega}$) aus, überlagert mit einer entgegen der E-Feld Richtung beschleunigte Bewegung. Der Mittelpunkt der Kreisbahn liegt in $(x, y) = (\tau/\omega, 0)$. Nach einiger Zeit sieht dann seine Bahn wie eine sich immer weiter ausdehnende Spirale aus. Im Falle $E = 0,\ \eta \neq 0$ (Frage b) ist einfach $z = \eta t$, das Elektron bewegt sich also auf einer Spirale um die Achse $(x, y) = (\tau/\omega, 0)$. Für den Fall dass $E = 0,\ \eta = 0$ (Teil a) findet eine einfache Kreisbewegung in der XY-Ebene statt.

Bemerkung: Beachtet man bzw. nimmt man an dass das B-Feld eine Grenze hat, und zwar dort wo das Elektron reingeflogen ist, so tritt das Elektron nach einer halben Kreis-Periode, d.h nach der Zeit $T = \frac{\pi}{\omega}$, aus dem B-Feld hinaus und führt ab nun an wieder eine gleichförmige, geradlinige Bewegung durch.

Aufgabe 26

Annahme: Das B-Feld steht senkrecht zur Drehachse. Ist dies nicht der Fall so ist einfach die zur Drehachse senkrechte Komponente zu verwenden.
Die induzierte Spannung $U(t)$ ist gegeben durch

$$U = -\dot{\Phi} = -N\left(\vec{B} \cdot \vec{A}\right)^{\circ} = -NAB \cdot (\vec{e}_B \cdot \vec{e})^{\circ} = -NAB \cdot (\cos \omega t)^{\circ} = NAB\omega \sin \omega t$$

wobei $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_B,\ \vec{A},\ \vec{e}_B,\ N = 1000$ und $\vec{e}_A$ jeweils das Magnetfeld, der Flächen-Normalenvektor, die Anzahl der Windungen und der Flächen-Normaleneinheitsvektor sind. Dabei seien $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz und f die Frequenz der Spulen-Rotierung. Demzufolge ist die maximale induzierte Spannung U_0 gegeben durch

$$U_0 = 2\pi NABf \approx 314V$$

Aufgabe 27

Durch die Spannung $U_0 = 0.05V$ entsteht im Würfel senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B}$ ein Elektrisches Feld $E_0 = U_0/\alpha$ was den Elektronen eine *Driftgeschwindigkeit* $v = \mu \cdot E_0$ gibt. Aufgrund dieser Geschwindigkeit wirkt auf sie eine senkrecht zur Bewegungsrichtung gerichtete Kraft $F_B = evB$ die im Gleichgewicht gleich der Kraft $F_H = eU_H/\alpha$ ist die durch die Hallspannung U_H wirkt. Dabei sei α die Würflekantenlänge. Also gilt

$$F_B = evB = \frac{eU_H}{\alpha} \;\Rightarrow\; v = \frac{U_H}{\alpha B}$$

und ferner

$$\mu = \frac{\alpha v}{U_0} = \frac{U_H}{U_0 B} = 0.65\ T^{-1}$$