Experimental Physik II
FSU Jena - SS 2007
Serie 07 - Lösungen

Stilianos Louca

8. Juli 2007

Aufgabe 19

Es gilt für eine beliebige stromdurchflossene Fläche A mit der Randkurve C folgende Gleichung

$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

wobei $\vec{H}$ die magnetische Feldstärke ist.

Auss̈ erhalb des Leiters

Der gesamte Strom I_0 durch den Leiter und somit jeder beliebigen einen Leiter-Querschnitt enthaltenden Fläche ist gegeben durch

$$I_0 = \int_{r=0}^{r=R} \vec{j} \cdot d\vec{A} = \int_0^R \left(j_0 + \frac{r}{R}(j_R - j_0) \right) \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{\pi R^2}{3}(j_0 + 2j_R)$$

Im Abstand r von der Mittelachse gilt also für die im Abstand r *den Leiter umkreisende Kurve* C der Länge $2\pi r$:

$$2\pi r \cdot H = \int_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = I_0 = \frac{\pi R^2}{3}(j_0 + 2j_R) \;\Rightarrow\; H = \frac{R^2}{6r}(j_0 + 2j_R)$$

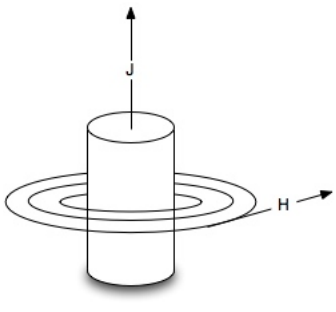
da aus Symmetriegründen auf C stets $d\vec{s} \parallel \vec{H}$ gilt und $\vec{H}$ entlang der gesamten Kurve einen konstanten betrag hat.

Innerhalb des Leiters

Analog zu vorhin, betrachten wir eine im festen Abstand $r \leq R$ von der Mittelachse den Leiter umkreisende Kurve C.

$$2\pi r \cdot H = \int_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = I = \int_0^r \left(j_0 + \frac{\rho}{R}(j_R - j_0) \right) \cdot 2\pi\rho \cdot d\rho = \frac{\pi r^2}{3R} \cdot [j_0(3R - 2r) + 2rj_R]$$

$$\Rightarrow\; H = \frac{r}{6R} \cdot [j_0(3R - 2r) + 2rj_R] \quad \square$$



Aufgabe 20

Die Kraft F pro Längeneinheit x ist für einen gegebenen Abstand l zwischen den Leitern offensichtlich jeweils proportional zu den beiden Strömen in den beiden Leitern und proportional zur Längeneinheit x. Also

$$F = \alpha \cdot xI^2,\ \alpha = const$$

Laut der SI Definition vom Ampere beträgt die Kraft F_0 pro Meter bei $I = 1A$ und $l = 1$ genau $2 \cdot 10^{-7}\ N$. Also:

$$F/x = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 25^2 = 1.25 \cdot 10^{-4}\ N/m$$

Diese wirkt im *antiparallelen* Fall abstoß end und im *parallelen* Fall anziehend zwischen und senkrecht zu den beiden Leitern. $\square$

Aufgabe 21

Strom und Spannung werden im Uhrzeigersinn gemessen. Dabei bedeutet eine positive Spannung einen *Spannungsabfall* in diese Richtung

Seien Q und U_C jeweils die Ladung bzw. der Spannungsabfall am Kondensator. Sei auß erdem U_R der Spannungsabfall am Widerstand und I der im Stromkreis fließ ende Strom. Dann gilt an einem beliebigen Zeitpunkt bei der Aufladung:

$$U_C = \frac{Q}{C} = U_0 - U_R = U_0 - IR \ \Rightarrow\ \frac{d(Q - U_0C)}{dt} = \frac{dQ}{dt} = \frac{U_0}{R} - \frac{Q}{RC} = -\frac{1}{RC}(Q - U_0C) \overset{Q(0)=0}{\Rightarrow} Q(t) = U_0C \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$I(t) = \frac{dQ}{dt}(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}},\ U_C(t) = U_0 - IR = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Die am Widerstand verbrauchte Energie W_1 ergibt sich aus

$$W_1 = \int_0^\infty U_R I dt = \int_0^\infty U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} dt = \frac{U_0^2}{R} \cdot \int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}} = \frac{U_0^2 C}{2}$$

und ist gleich der am Kondensator gespeicherten Energie. Bei der Entladung gilt analog:

$$\frac{dQ}{dt} = I = -\frac{U_C}{R} = -\frac{Q}{RC} \overset{Q(0)=U_0C}{\Rightarrow} Q(t) = U_0C \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I(t) = \frac{dQ}{dt}(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}},\ U_C(t) = -U_R = -IR = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Die am Widerstand verbrauchte Energie W_2 ist gleich der Ursprünglich im Kondensator gespeicherten Energie. $\square$