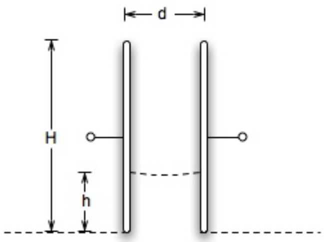
Experimental Physik II
FSU Jena - SS 2007
Serie 05 - Lösungen

Stilianos Louca

16. Juni 2007

Aufgabe 13

Annahme: Die Kondensatorplatten sind Rechtecke.
Seien l und $d = 10^{-3}m$ jeweils die Breite und Abstand der Platten, h die Anstiegshöhe der Flüssigkeit, H die Gesamthöhe der Platten, g die Erdbeschleunigung, $\rho \approx 789\ Kg \cdot m^{-3}$ die Dichte und $\varepsilon \approx 24.3$ die relative Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit.



Man kann sich den Kondensator als eine (parallel geschaltete) Zusammensetzung von zwei Kondensatoren der Breite l und jeweils der Höhe h und $H - h$ vorstellen.

$$C = \frac{lh\varepsilon\varepsilon_0}{d} + \frac{l(H-h)\varepsilon_0}{d} = \frac{\varepsilon_0 l}{d} \cdot (h(\varepsilon - 1) + H)$$

Eine änderung von h um dh würde eine Änderung $dC = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 l}{d} \cdot dh$ der Kapazität des Kondensators und der potentiellen Energie des Flüssigkeitspegels um $dU_G = ld\rho gh \cdot dh$ hervorrufen. Durch die Verschiebung von Ladungen (Dielektrikum-Dipole) zwischen den Platten unter Wirkung deren elektrischen Feldes, ändert sich die elektrische Feldenergie W zwischen den Kondensatorplatten momentan um den Wert $dW = \frac{d\left(\frac{Q_0^2}{2C}\right)}{dC} = -\frac{Q_0^2}{2C^2} \cdot dC$ wobei $Q_0 = CU_0$ die Kondensator-Ladung ist.
Erläuterung: Bei einer positiven Verschiebung $dh > 0$ wird also vom E-Feld Arbeit geleistet bzw. E-Potentielle Energie auf die Ladungsträger der Flüssigkeit in Form von G-Potentielle Energie übertragen. Die gespeicherte E-Energie des Feldes verringert sich also, weshalb es stets *versucht* die Flüssigkeit nach oben zu ziehen.
Bemerkung: Am Ende erhöht sich trotzdem aufgrund des ständigen Zuflusses von Ladung (konstante Spannung) die gesamte gespeicherte E-Energie des Kondensators.
Im Gleichgewicht[1] muss gelten

$$dW = -dU_G \;\Rightarrow\; \frac{Q_0^2}{2C^2} \cdot \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 l}{d} \cdot dh = ld\rho gh \cdot dh \;\Rightarrow\; h = \frac{U_0^2(\varepsilon-1)\varepsilon_0}{2d^2\rho g} \approx 0.013m$$

[1] d'Alembert'sches Prinzip der Virtuellen Arbeit

Aufgabe 14

Die Kapazität C_0 des Kondensators ist gegeben durch

$$C_0 = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon}{d}$$

wobei A und d jeweils die Fläche und der Abstand der Platten und ε die relative Dielektrizitätskonstante des jeweiligen dazwischenliegenden Materials ist. Für die Luft gelte $\varepsilon = 1$.

a) Man kann sich den Kondensator C als eine Zusammensetzung (in Reihe) von 3 Kondensatoren vorstellen. Die Grundflächen dieser Kondensatoren C_1, C_2, C_2 wären dann A und deren Plattenabstand jeweils a, δ, b wobei $a + \delta + b = d$ und $\delta = 5 \cdot 10^{-4}m = d/2$ die Dicke der Paraffinplatte sei:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{a}{A\varepsilon_0} + \frac{\delta}{A\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{b}{A\varepsilon_0} \Rightarrow C = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon}{\varepsilon(d-\delta)+\delta} = \frac{2C_0\varepsilon}{1+\varepsilon}$$

b) Analog kann man sich jetzt den Kondensator als parallel geschaltete Zusammensetzung von zwei (da die Kapazität *Linear* zu FlÄche ist) Kondensatoren C_1, C_2 mit dem Plattenabstand d und jeweils der GrundflÄche $A/2$ vorstellen:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{A\varepsilon_0}{2d} + \frac{A\varepsilon\varepsilon_0}{2d} = \frac{C_0}{2}(1+\varepsilon)$$

Die Kapazität erhöht sich also in beiden Fällen. Da die Gesamtladung $Q_0 = C_0 \cdot U_0$ dabei konstant bleibt, verringert sich die Spannung $U = \frac{Q_0}{C} = U_0 \cdot \frac{C_0}{C}$ entsprechend jeweils um die Faktoren $\frac{1+\varepsilon}{2\varepsilon}$ und $\frac{2}{1+\varepsilon}$.

Aufgabe 15

Seien $U_h(t)$ und $U_v(t)$ die (gegebenenfalls Zeitabhängigen) Spannungen jeweils an dem horizontalen und vertikalen Plattenpaar, und U_n die negative *Beschleunigungs-Spannung.* Ein gegebenes Elektron fliegt also unter dem Einfluss dieser Spannungen, beschleunigt durch U_n, auf die durchsichtige Platte und erzeugt dort einen Lichtpunkt. Sind $U_h, U_v << U_n$ so können wir Annehmen dass die entsprechenden Elektrischen Felder E_h und E_v während der Bahn eine Elektrons im etwa konstant sind. Die horizontale bzw. vertikale Abweichung x bzw. y dieses Elektrons bzgl. des Lochs wäre dann gegeben durch

$$y(t) = U_h(t) \cdot \alpha,\ \alpha := \frac{et^2}{2d_h m} = const,\ x(t) = U(t) \cdot \beta,\ \beta := \frac{et^2}{2d_v m} = const$$

wobei t die Flug-Zeit und m die Masse des Elektrons sind, und d_h bzw. d_v die Abstände der jeweiligen Plattenpaare sind. Um untere Figuren zu erzeugen, müssen U_h und U_v harmonische Schwingungen durchführen, mit den jeweiligen Anfangsphasen φ_h, φ_v, Winkelgeschwindigkeiten ω_h, ω_v und Amplituden U_H, U_V. Für die unteren Spezialfälle muss insbesondere gelten:

a)
$$\omega_v = \omega_h,\ \varphi_v = \varphi_h + k\pi,\ U_V = U_H,\ k \in \mathbb{Z}$$

b)
$$\omega_v = \omega_h,\ \varphi_v = \varphi_h + \frac{\pi}{2}(2k+1),\ U_V = U_H,\ k \in \mathbb{Z}$$

c)
$$\omega_v = 2\omega_h,\ \varphi_v = \varphi_h + k\pi,\ U_H \approx 2U_V,\ k \in \mathbb{Z}$$

Obere Figuren nennt man *Lissajous-Kurven.*