ExPhysik II - FSU Jena
SS 2007 - Serie 02
- Lösungen -

Stilianos Louca

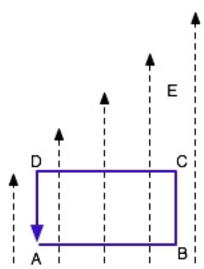
25. April 2007

Aufgabe 4

Nein kann man nicht! Zum einen wäre dann $rot\vec{E} \neq 0$ was aber ein entsprechendes Potentialfeld U ausschließt denn gäbe es dieses führt das zu einem Widerspruch:

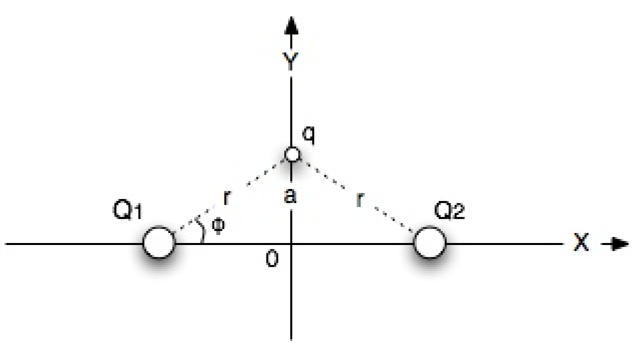
$$\vec{E} = -grad(U) \Rightarrow 0 \neq rot\vec{E} = -rot\,(grad(U)) = 0$$

Zum anderen könnten wir uns eine Ladung vorstellen die eine geschlossene, rechteckige Kurve $\overline{ABCDA}$ im Feld durchläuft (siehe Zeichnung), und zwar mit $\overline{AB}//\overline{CD}$ senkrecht zu den Feldlinien (also ohne zu errichtende Arbeit) und $\overline{BC}//\overline{DA}$ parallel zu diesen. Dann würde die gesamte Arbeit W sich aus $W_{BC} + W_{DA}$ ergeben deren Wert aber nicht 0 sein kann da $|W_{BC}| \neq |W_{DA}|$. Jedoch ist jedes E-Feld ein konservatives Feld (geschlossene Wege verbrauchen keine Arbeit)!



Aufgabe 5

Es sei ein kartesisches Koordinatensystem wie im folgenden Bild zu verwenden, in dem die zwei Ladungen $Q_1 = -Q$ und $Q_2 = Q$ jeweils die Positionen $(-l/2, 0)$ und $(l/2, 0)$ haben.



Entsprechend befinde sich die Probeladung q am Ort $(0, a)$ wobei man aus geometrischen Überlegungen schließen kann dass

$$a = \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - l^2},\ l \leq 2r$$

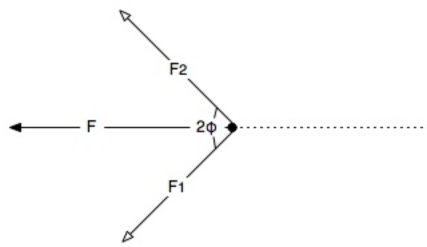
a) Die gesamte Kraft $\vec{F}$ setzt sich aus den zwei Einzelkräften $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ zusammen. Deren Betrag ist gegeben durch

$$F_1 = F_2 = \frac{KQq}{r^2}$$

wobei

$$K := \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

und o.B.d.A angenommen wurde dass $Q > 0$.
Aus folgender Zerlegung können wir uns leicht die Gesamtkraft ausdenken. Aus Symmetriegründen hat diese nur eine Komponente parallel zur X-Achse.



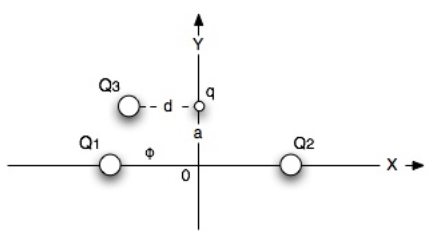
Deren Betrag ist einfachen geometrischen Überlegungen nach

$$F = (F_1 + F_2)\cos\phi = \frac{2KQq}{r^2}\cos\phi = \frac{2KQq}{r^2} \cdot \frac{l}{2r}$$

also

$$\vec{F} = \frac{KQql}{r^3} \cdot \vec{e}_x$$

b) Diese weitere Ladung $Q_3 = Q$ muss so angebracht werden das die resultierende Kraftkomponente $\vec{F_3}$ den selben Betrag hat wie $\vec{F}$ und in entgegengesetzter Richtung zeigt.



Dies bedeutet die Ladung muss sich genau links von q befinden, und zwar in einem Abstand d für den gilt

$$F_3 = \frac{KQq}{d^2} \stackrel{!}{=} F = \frac{KQql}{r^3}$$

also

$$d = \sqrt{\frac{KQq}{F}} = r\sqrt{\frac{r}{l}}$$

Demzufolge muss sich Q_3 an der Position

$$(-d, a) = \left(-r\sqrt{\frac{r}{l}},\ \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - l^2}\right)$$

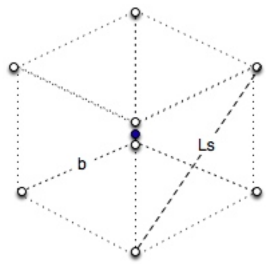
befinden.

Aufgabe 6

Die gesamte Potentielle Energie W der Ladungen $Q_i,\ i = 0,..8$ ist relativ zu ∞ gegeben durch

$$W = \sum_{i<j} \frac{KQ_iQ_j}{R_{ij}}$$

In folgender Zeichnung erkennt man leicht die einzelnen Abstände R_{ij}



Die Längen L_r und L_s der Raum- bzw. Seitendiagonalen sind gegeben durch

$$L_r = b\sqrt{3} =: 2R, \quad L_s = b\sqrt{2}$$

Demzufolge ist die Energie die man gewinnen kann gegeben durch:

$$W = 8\frac{KQ_eQ_0}{R} + 12\frac{KQ_eQ_e}{b} + 12\frac{KQ_eQ_e}{L_s} + 4\frac{KQ_eQ_e}{L_r} = KQ_e^2 \cdot \left(\frac{-32}{b\sqrt{3}} + \frac{12}{b} + \frac{12}{b\sqrt{2}} + \frac{4}{b\sqrt{3}}\right) = \frac{KQ_e^2}{b} \cdot \left(\frac{-28}{\sqrt{3}} + 12 + 6\sqrt{2}\right)$$

$$\approx \frac{9.94 \cdot 10^{-28}}{b}\ J \cdot m$$