Experimental Physik II
FSU Jena - Klausur SS 2001
- Lösungen -

Stilianos Louca

15. Juli 2007

Aufgabe 01

Die allgemeine Bahngleichung lautet

$$x = x_0 \cos(2\pi\nu t + \varphi)$$

wobei x_0 die Amplitude und φ die Phasenkonstante sind. Durch die Randbedingungen

$$x(0) = x_0 \cos\varphi = 6cm \;\wedge\; \dot{x}(0) = -2\pi\nu x_0 \sin\varphi = 37.7cm/s$$

kommt man auf

$$x_0 \approx 8.49cm,\;\; \varphi \approx \frac{\pi}{4}$$

Aufgabe 02

Sei o.B.d.A der Ursprung $x = 0$ bei Q_2 gedacht, und Q_1 liege bei $x = l$. Dann gilt für das Elektrische Feld an der Position x:

$$E = \frac{KQ_1(x-l)}{|x-l|^3} + \frac{KQ_2 x}{|x|^3}$$

Damit $E = 0$ muss gelten

$$\frac{x}{|x|^3} = \frac{4(x-l)}{|x-l|^3}$$

- Fall $x > l$
$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(x-l)^2} \;\rightsquigarrow\; x = \frac{-l \pm 2l}{3} < l \;\rightarrow\; Keine\ Lösung$$
- Fall $0 < x < l$
$$\frac{1}{x^2} = -\frac{4}{(x-l)^2} \;\rightsquigarrow\; x = \frac{l \pm 2li}{5} \notin \mathbb{R}$$
- Fall $x < 0$
$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(x-l)^2} \;\rightsquigarrow\; x = \frac{-l \pm 2l}{3} = -l$$

Das E-Feld verschwindet also nur bei $x = -l$.

Aufgabe 03

Durch das plötzliche Einschalten des Stromes wird ein schnell wachsendes B-Feld erzeugt, das durch den Eisenkern fast vollständig auch im Metallring vorhanden ist. Dabei ändert sich der magnetische Fluss Φ durch den Ring weshalb entlang seines Umfangs ein elektrisches Feld $\vec{E}$, $\operatorname{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$ ensteht. Die dadurch entstehenden Ströme erzeugen wiederum ein B-Feld das gegen das urprüngliche Feld gerichtet ist (Lenz'sche Regel) und somit der Ring nach außen geschossen wird.

Aufgabe 04

Bemerkung: Da nichts über die Richtung des Magnetfeldes gesagt wurde nehmen wir eine allgemeine Richtung an. Wir nehmen weiter an dass $H = bz + H_0$ der Betrag von $\vec{H}$ ist.
Sei $\vec{B} := \vec{H} \cdot \mu_0 = B_x \cdot \vec{e}_x + B_y \cdot \vec{e}_y + B_z \cdot \vec{e}_z$ die entsprechende Flussdichte des Magnetfeldes. Hierbei sind B_i im allgemeinen Funktionen von z und somit auch von t. Dann ist der magnetische Fluss Φ durch die Schleife gegeben durch

$$\Phi = a^2 \cdot \vec{e}_x \cdot \vec{B} = a^2 B_x$$

Bemerkung: $B_i = \mu_0(bz + H_0) \cdot \dfrac{\vec{H} \cdot \vec{e}_i}{H},\ i = x, y, z.$

Definieren deswegen: $c := \mu_0 b \cdot \dfrac{\vec{H} \cdot \vec{e}_x}{H} : const$

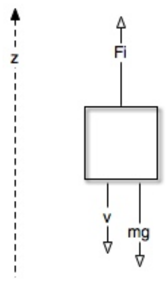
Die durch die aufgrund der Schwerkraft entstehende Bewegung $\dot{\vec{r}}$ der Schleife induzierte Spannung U_i bzw. Strom I_i in der Schleife sind gegeben durch

$$U_i = -\dot{\Phi} = -a^2 \dot{B}_z = -a^2 c \dot{z},\ I_i = -\frac{U_i}{R} = -\frac{a^2 c}{R} \cdot \dot{z}$$

Aufgrund des Stromflusses durch die Schleife wirkt auf die Leiter die Lorenz-Kraft $\vec{F}_L = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$. Die z, y Komponenten des Magnetfeldes bewirken nur einen Drehmoment auf die Schleife, der aber durch die Führung kompensiert wird. Die gesamte Lorenz-Kraft wird nur durch die x-Komponente des H-Feldes erzeugt, und ist gegeben durch

$$\vec{F}_L = I \cdot a \cdot \left[-B_x \left(z + \frac{a}{2}\right) + B_x \left(z - \frac{a}{2}\right)\right] \cdot \vec{e}_y \times \vec{e}_x = Ia \cdot \left[\left(z + \frac{a}{2}\right) c - \left(z - \frac{a}{2}\right) c\right] \cdot \vec{e}_z = a^2 c I \cdot \vec{e}_z = -\frac{a^4 c^2}{R} \cdot \dot{z} \cdot \vec{e}_z$$

da die Kräfte auf die beiden Seiten-Leiter sich gegenseitig kompensieren.



Die Bewegungsgleichung für die Schleife ist dementsprechend

$$\ddot{z} + \underbrace{\frac{a^4 c^2}{mR}}_{\beta} \cdot \dot{z} = -g$$

und deren Lösung eben

$$\dot{z}(t) = \frac{g}{\beta} \cdot \left(e^{-\beta t} - 1\right) \overset{t \to \infty}{\longrightarrow} -\frac{g}{\beta}$$

bzw.

$$z(t) = \frac{g}{\beta^2} \cdot \left[1 - \beta t - e^{-\beta t}\right] \overset{\beta \to 0}{\longrightarrow} -\frac{g t^2}{2}$$

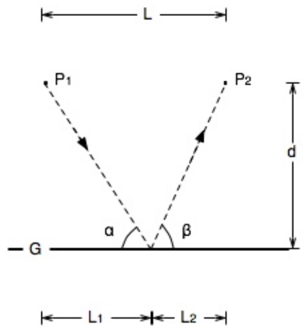
Die Schleife wird also mit einer ständig abnehmenden Beschleunigung nach unten beschleunigt. Ihre Geschwindigkeit nähert sich asymptotisch dem oben berechneten Grenzwert. Die Bewegung der Schleife ist unabhängig vom Vorzeichen von c bzw. b!

Aufgabe 05

Das Fermatsche Prinzip besagt das das Licht sich zwischen zwei Punkten so ausbreitet dass der zurückgelegte optische Weg $S = \displaystyle\int_{P_1}^{P_2} n\ ds$ minimal wird.

Reflexionsgesetz

Wir betrachten zwei Punkte P_1 und P_2 an im Abstand d von einer Grenzfläche G und L zu einander. Wir wollen uns überlegen unter welchen Winkel α bzw. β das Licht auf die Grenzfläche auftreffen bzw. reflektiert werden muss damit S minimal wird. Dabei nehmen wir ein homogenes, isotropes Medium mit dem Brechungsindex n an.



Bemerkung: Wüssten wir das es nur ein solches Winkel-Paar gebe dann gilt automatisch aus Symmetriegründen bzw. der Weg-Umkehrbarkeit des Lichtes dass $\alpha = \beta$. Dies wollen wir aber nicht als gegeben hinnehmen.
Damit S minimal wird muss

$$S = n\sqrt{L_1^2 + d^2} + n\sqrt{L_2^2 + d^2} = n\sqrt{L_1^2 + d^2} + n\sqrt{(L - L_1)^2 + d^2}$$

minimal werden, also $\frac{dS}{dL_1} \stackrel{!}{=} 0$. Finden wir nur einen solchen Punkt so entspricht er einem Minimum da es offensichtlich mindestens eins gibt und S an den Grenzen $\pm\infty$ des Definitionsgebietes zu ∞ geht. Es ergibt sich

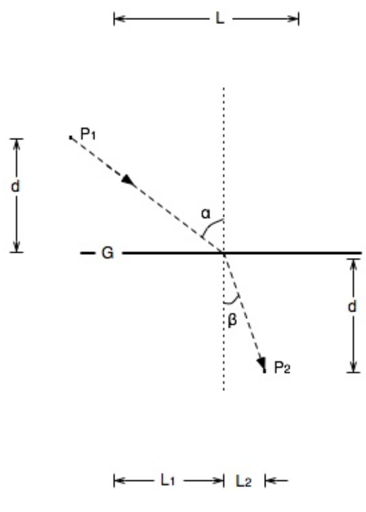
$$\frac{dS}{dL_1} = n \cdot \frac{L_1\sqrt{(L - L_1)^2 + d^2} - (L - L_1)\sqrt{L_1^2 + d^2}}{\sqrt{L_1^2 + d^2}\sqrt{(L - L_1)^2 + d^2}} \stackrel{!}{=} 0 \;\rightarrow\; L_1\sqrt{(L - L_1)^2 + d^2} = (L - L_1)\sqrt{L_1^2 + d^2}$$

$$\rightsquigarrow\; L_1 = L - L_1 = L_2 \;\rightarrow\; \alpha = \beta$$

Hätten die zwei Punkte nicht den gleichen Abstand d von der Grenzfläche G so würde das keine Rolle spielen, man kann immer zwei Punkte in den zwei Strahlen finden die den gleichen Abstand von G hätten.

Brechungsgesetz

Wir betrachten nun eine Grenzfläche G zwischen zwei Medien mit dem Brechungsindex n_1 und n_2 und zwei Punkte P_1 und P_2 im Abstand d von der einen und anderen Seite von G. Der *horizontale* Abstand zwischen den Punkten sei L. Analog zu vorhin wollen wir den optischen Weg zwischen den beiden Punkten minimieren.



Der optische Weg ist gegeben durch

$$S = \frac{n_1 d}{\cos\alpha} + \frac{n_2 d}{\cos\beta} \;\rightarrow\; \frac{dS}{d\alpha} = -\frac{n_1 d \sin\alpha}{\cos^2\alpha} - \frac{n_2 d \sin\beta}{\cos^2\beta} \cdot \frac{d\beta}{d\alpha}$$

Es gilt

$$L = d\tan\alpha + d\tan\beta = const \;\rightarrow\; 0 = \frac{dL}{d\alpha} = \frac{d}{\cos^2\alpha} + \frac{d}{\cos^2\beta} \cdot \frac{d\beta}{d\alpha}$$

Eingesetzt in die Forderung $\frac{dS}{d\alpha} \stackrel{!}{=} 0$ ergibt

$$\frac{n_2 \sin\beta}{\cos^2\alpha} = \frac{n_1 \sin\alpha}{\cos^2\alpha} \;\rightarrow\; n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \quad \square$$